

ЕВАЛУАЦИЈА ЗАЈМА - МОДЕЛИ СЕРИЈСКИХ ОТПЛАТА

Апстракт: У овом раду презентована је евалуација зајма, односно процјена вриједности зајма у току амортизације ако се зајам амортизује серијским отплатама. С обзиром на тренутак евалуације зајма, могу се појавити два случаја: а) када се процјена вриједности зајма врши у тренутку плаћања t -ог анuitета и б) када се процјена вриједности зајма врши између тренутка плаћања t -ог и $t + 1$ -ог анuitета. Евалуација зајма врши се на бази стопе евалуације, односно ефективне каматне стопе.

Кључне ријечи: евалуација зајма, дисконтована вриједност камата, дисконтована вриједност отплата, стопа евалуације (ефективна каматна стопа).

Увод

Уговор о зајму, као финансијска операција, генерише двије шпекулативне операције. С једне стране имамо дуг, од стране корисника зајма, а с друге стране имамо потраживање од стране даваоца зајма. Таква ситуација траје све до тренутка плаћања последњег анuitета. Оваква финансијска операција се може евалуирати у сваком тренутку у току амортизације зајма, тј. од дана реализације зајма до тренутка његове ликвидације. Наиме, у току амортизације зајма може се указати могућност да се у одређеном тренутку наплати преостало потраживање (анuitети који још нису доспјели), односно да се унапред исплати преостали дуг. Такође, постоји могућност да повјерилац прода своје потраживање неком трећем лицу или је, пак, потребно извршити евалуацију зајма због рачуноводствених потреба. Све су то разлози због којих је потребно вршити процјену вриједности зајма у било којем тренутку у току амортизације зајма на бази стопе p_e , која се назива стопа евалуације. Према томе, процијенити вриједност неког зајма у одређеном тренутку, по стопи p_e , значи израчунати, у том тренутку, садашњу (дисконтовану) вриједност свих будућих анuitета (отплата и камата).

У овом раду се полази од претпоставке да се зајам амортизује с примарно датим отплатама, с тим да се отплате плаћају у серијама.

1. Двије серије једнаких отплата

У овом моделу амортизације зајма полази се од претпоставке да се зајам амортизује у току првих n_1 периода (година, полугодишта,...) отплатама које износе по b н.ј., а у току наредних n_2 периода отплатама које износе по b' н.ј., с тим да је $n_1 + n_2 = n$, уз номиналну каматну стопу p . У том случају је: $K = n_1 b + n_2 b'$.

1.1. Евалуација зајма након t плаћених анuitета

Овдје треба процијенити вриједност зајма у тренутку t , тј. након t плаћених анuitета на бази стопе евалуације p_e .

Процијењена вриједност зајма, у тренутку t , биће:

$$K_{e,t} = DVB_{e,t} + DVI_{e,t} \quad (1)$$

гдје је:

$K_{e,t}$ - процијењена вриједност зајма, у тренутку t , на бази стопе p_e ;

$DVB_{e,t}$ - процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , на бази стопе p_e ;

$DVI_{e,t}$ - процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , на бази стопе p_e .

Овдје се могу појавити следећи случајеви:

а) Случај када је $0 < t < n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$\begin{aligned} DVB_{e,t} &= bv_e + bv_e^2 + bv_e^3 + \dots + bv_e^{n_1-t} + (b'v_e + bv_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2})v_e^{n_1-t} = \\ &= b(v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t}) + b'(v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_2})v_e^{n_1-t} \end{aligned}$$

Након извршених математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b \frac{1 - v_e^{n_1-t}}{i_e} + b' \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e} v_e^{n_1-t} \quad (2)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t} &= i \left\{ \left[(n_1 - t)b + n_2b' \right] v_e + \left[(n_1 - t - 1)b + n_2b' \right] v_e^2 + \left[(n_1 - t - 2)b + n_2b' \right] v_e^3 + \dots + (b + n_2b') v_e^{n_1-t} + n_2b' v_e^{n_1-t+1} + \right. \\ &\quad \left. + (n_2 - 1)b' v_e^{n_1-t+2} + (n_2 - 2)b' v_e^{n_1-t+3} + \dots + b' v_e^{n-t} \right\} = i \left\{ b \left[(n_1 - t)v_e + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (n_1 - t - 1)v_e^2 + (n_1 - t - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t} \right] + n_2b' (v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t}) + \right. \\ &\quad \left. + b' \left[n_2 v_e^{n_1-t+1} + (n_2 - 1)v_e^{n_1-t+2} + (n_2 - 2)v_e^{n_1-t+3} + \dots + v_e^{n-t} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DVI_{e,t} &= i \left\{ b \left[(n_1 - t)v_e + (n_1 - t - 1)v_e^2 + (n_1 - t - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t} \right] + \right. \\ &\quad \left. + b' \left[n_2 (v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t}) + b' \left[n_2 v_e^{n_1-t+1} + (n_2 - 1)v_e^{n_1-t+2} + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (n_2 - 2)v_e^{n_1-t+3} + \dots + v_e^{n-t} \right] \right\}. \end{aligned}$$

То се, даље, може писати:

$$DVI_{e,t} = i \left[bS_1 + b' \left(n_2 \frac{1 - v_e^{n-t}}{i_e} + S_2 \right) \right]$$

гдје је: $S_1 = (n_1 - t)v_e + (n_1 - t - 1)v_e^2 + (n_1 - t - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_1-t}$, а
 $S_2 = n_2 v_e^{n_1-t+1} + (n_2 - 1)v_e^{n_1-t+2} + (n_2 - 2)v_e^{n_1-t+3} + \dots + v_e^{n-t}$.

Када се једначина S_1 помножи са v_e и од добијене одузмемо полазну једначину, добија се:

$$S_1 = \frac{n_1 - t - \frac{1 - v_e^{n_1-t}}{i_e}}{i_e}.$$

Када се једначина S_2 помножи са v_e и од добијене одузмемо полазну једначину, добија се:

$$S_2 = \frac{v_e^{n_1-t}}{i_e} \left(n_2 - \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e} \right).$$

Коначно можемо написати:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} \left\{ b \left(n_1 - t - \frac{1 - v_e^{n_1-t}}{i_e} \right) + b' \left[n_2 (1 - v_e^{n_1-t}) + \left(n_2 - \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e} \right) v_e^{n_1-t} \right] \right\} \quad (3)$$

б) Случај када је $t = n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b'v_e + b'v_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2} = b' \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e}. \quad (4)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t} &= i \left[n_2 b'v_e + (n_2 - 1)b'v_e^2 + (n_2 - 2)b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2} \right] = \\ &= ib' \left[n_2 v_e + (n_2 - 1)v_e^2 + (n_2 - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_2} \right]. \end{aligned}$$

Послије синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} b' \left(n_2 - \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e} \right) \quad (5)$$

ц) Случај када је $n_1 < t < n$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b'v_e + b'v_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n-t} = b' \frac{1 - v_e^{n-t}}{i_e}. \quad (6)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$DVI_{e,t} = i \left[(n-t)b'v_e + (n-t-1)b'v_e^2 + (n-t-2)b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n-t} \right]$$

Послије извршених математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} b' \left(n-t - \frac{1-v_e^{n-t}}{i_e} \right) \quad (7)$$

1.2. Евалуација зајма се врши између плаћања t -ог и $t+1$ -ог анuitета

Када имамо случај да се процјена вриједности зајма врши између тренутка плаћања t -ог и $t+1$ -ог анuitета, онда се од тренутка плаћања првог будућег, тј. $t+1$ -ог, до тренутка процјене вриједности зајма мора извршити дисконтовање свих будућих отплата и камата на бази конформне каматне стопе.

а) Случај када је $0 < t < t^* < t+1 < n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t^* , биће:

$$DVB_{e,t^*} = [b + bv_e + bv_e^2 + bv_e^3 + \dots + bv_e^{n_1-t-1} + (b'v_e + bv_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2-t-1})] v_{e,c}$$

Након извршених математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t^*} = \left[b \frac{1-v_e^{n_1-t}}{i_e} + b' \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} v_e^{n_1-t-1} \right] v_{e,c} \quad (8)$$

гдје је: $v_{e,c} = \frac{1}{1 + \frac{c}{100}}$

c - конформна каматна стопа;

t - цијели број периода, послеје t плаћених анuitета;

$t < t^* < t+1$

$t+1-t^*$ - период за који се користи конформна каматна стопа;

t^* - тренутак у коме се процјењује вриједност зајма;

Процјењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t^* , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t^*} = & i \left\{ [(n_1-t)b+n_2b'] + [(n_1-t-1)b+n_2b'] v_e + [(n_1-t-2)b+n_2b'] v_e^2 + \dots + (b+n_2b') v_e^{n_1-t-1} + \right. \\ & + n_2b'v_e^{n_1-t} + (n_2-1)b'v_e^{n_1-t+1} + (n_2-2)b'v_e^{n_1-t+2} + \dots + b'v_e^{n_2-t-1} \left. \right\} v_{e,c} = i \left\{ b[(n_1-t) + \right. \\ & + (n_1-t-1)v_e + (n_1-t-2)v_e^2 + \dots + v_e^{n_1-t-1}] + \\ & + b' \left[n_2(1+v_e+v_e^2+\dots+v_e^{n_1-t-1}) + n_2v_e^{n_1-t} + (n_2-1)v_e^{n_1-t+1} + (n_2-2)v_e^{n_1-t+2} + \dots + v_e^{n_2-t-1} \right] \left. \right\} v_{e,c} \end{aligned}$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t^*} = \frac{i}{1-v_e} \left\{ b \left(n_1 - t - \frac{1-v_e^{n_1-t}}{i_e} \right) + b \left[n_2 (1-v_e^{n_1-t}) + v_e^{n_1-t} \left(n_2 - \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} \right) \right] \right\} v_{e,c} \quad (9)$$

б) Случај када је $n_1 < t < t^* < t+1 < n$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата у тренутку t^* , биће:

$$DVB_{e,t^*} = (b' + b'v_e + b'v_e^2 + \dots + b'v_e^{n-t-1}) v_{e,c},$$

а то се може написати као:

$$DVB_{e,t^*} = b' \frac{1-v_e^{n-t}}{1-v_e} v_{e,c} \quad (10)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t^* , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t^*} &= i \left[(n-t)b' + (n-t-1)b'v_e + (n-t-2)b'v_e^2 + \dots + b'v_e^{n-t-1} \right] v_{e,c} = \\ &= ib' \left[(n-t) + (n-t-1)v_e + (n-t-2)v_e^2 + \dots + v_e^{n-t-1} \right] v_{e,c} \end{aligned}$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t^*} = \frac{ib'}{1-v_e} \left(n-t - \frac{1-v_e^{n-t}}{i_e} \right) v_{e,c} \quad (11)$$

2. Три серије једнаких отплата

Овдје се полази од претпоставке да у току првих n_1 периода отплате износе по b н.ј., у току наредних n_2 периода b' н.ј. и у току последњих n_3 периода отплате износе по b'' н.ј., с тим да је $n_1 + n_2 + n_3 = n$, као и да се примјењује номинална каматна стопа p која кореспондира периоду плаћања отплате.

2.1. Евалуација зајма након t плаћених анuitета

Овдје се могу појавити следећи случајеви:

а) Случај кад је $0 < t < n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће

$$DVB_{e,t} = bv_e + bv_e^2 + bv_e^3 + \dots + bv_e^{n_1-t} + (b'v_e + bv_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2})v_e^{n_1-t} + \\ + (b''v_e + b''v_e^2 + b''v_e^3 + \dots + b''v_e^{n_3})v_e^{n_1+n_2-t}$$

Послије извршених трансформација овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b \frac{1-v_e^{n_1-t}}{i_e} + b' \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} v_e^{n_1-t} + b'' \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} v_e^{n_1+n_2-t} \quad (12)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$DVI_{e,t} = i \left\{ \left[(n_1-t)b + n_2b' + n_3b'' \right] v_e + \left[(n_1-t-1)b + n_2b' + n_3b'' \right] v_e^2 + \right. \\ + \left[(n_1-t-2)b + n_2b' + n_3b'' \right] v_e^3 + \dots + (b + n_2b' + n_3b'') v_e^{n_1-t} + (n_2b' + n_3b'') v_e^{n_1-t+1} \\ + \left[(n_2-1)b' + n_3b'' \right] v_e^{n_1-t+2} + \left[(n_2-2)b' + n_3b'' \right] v_e^{n_1-t+3} + \dots + (b' + n_3b'') v_e^{n_2+n_1-t} + \\ \left. + n_3b'' v_e^{n_2+n_1-t+1} + (n_3-1)b'' v_e^{n_2+n_1-t+2} + (n_3-2)b'' v_e^{n_2+n_1-t+3} + \dots + b'' v_e^{n-t} \right\}.$$

Послије уобичајених трансформација овог израза, добија се :

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} \left\{ b \left(n_1 - t - \frac{1-v_e^{n_1-t}}{i_e} \right) + b' \left[n_2 (1-v_e^{n_1-t}) + \left(n_2 - \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} \right) v_e^{n_1-t} \right] + \right. \\ \left. + b'' \left[n_3 (1-v_e^{n_2+n_1-t}) + v_e^{n_2+n_1-t} \left(n_3 - \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} \right) \right] \right\} \quad (13)$$

б) Случај када је $t = n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b'v_e + b'v_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2} + (b''v_e + b''v_e^2 + \dots + b''v_e^{n_3})v_e^{n_2}.$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b' \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} + b'' \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} v_e^{n_2}. \quad (14)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$\begin{aligned}
 DVI_{e,t} = i \left\{ (n_2 b' + n_3 b'') v_e + [(n_2 - 1)b' + n_3 b''] v_e^2 + [(n_2 - 2)b' + n_3 b''] v_e^3 + \dots \right. \\
 \left. \dots + (b' + n_3 b'') v_e^{n_2} + n_3 b'' v_e^{n_2 + 1} + (n_3 - 1)b'' v_e^{n_2 + 2} + (n_3 - 2)b'' v_e^{n_2 + 3} + \dots \right. \\
 \left. \dots + b'' v_e^{n_3 + n_2} \right\} = i \left\{ b' [n_2 v_e + (n_2 - 1)v_e^2 + (n_2 - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_2}] + \right. \\
 \left. + b'' [n_3 (v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_2}) + n_3 v_e^{n_2 + 1} + (n_3 - 1)v_e^{n_2 + 2} + (n_3 - 2)v_e^{n_2 + 3} + \right. \\
 \left. + \dots + v_e^{n_2 + n_3}] \right\}.
 \end{aligned}$$

Послије синтетизовања овог израза, добије се:

$$DVI_{e,t} = \left\{ \frac{i}{i_e} b' \left(n_2 - \frac{1 - v_e^{n_2}}{i_e} \right) + b'' \left[n_3 (1 - v_e^{n_2}) + v_e^{n_2} \left(n_3 - \frac{1 - v_e^{n_3}}{i_e} \right) \right] \right\} \quad (15)$$

в) Случај када је $n_1 < t < n_1 + n_2$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b' v_e + b' v_e^2 + b' v_e^3 + \dots + b' v_e^{n_1 + n_2 - t} + (b'' v_e + b'' v_e^2 + b'' v_e^3 + \dots + b'' v_e^{n_3}) v_e^{n_1 + n_2 - t}$$

Послије синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b' \frac{1 - v_e^{n_1 + n_2 - t}}{i_e} + b'' \frac{1 - v_e^{n_3}}{i_e} v_e^{n_1 + n_2 - t} \quad (16)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$\begin{aligned}
 DVI_{e,t} = i \left\{ [(n_1 + n_2 - t)b' + n_3 b''] v_e + [(n_1 + n_2 - t - 1)b' + n_3 b''] v_e^2 + [(n_1 + n_2 - t - 2)b' + n_3 b''] v_e^3 + \dots \right. \\
 \left. \dots + (b' + n_3 b'') v_e^{n_1 + n_2 - t} + [n_3 b'' v_e + (n_3 - 1)b'' v_e^2 + (n_3 - 2)b'' v_e^3 + \dots + b'' v_e^{n_3}] v_e^{n_1 + n_2 - t} \right\} = \\
 = i \left\{ b' [(n_1 + n_2 - t)v_e + (n_1 + n_2 - t - 1)v_e^2 + (n_1 + n_2 - t - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_1 + n_2 - t}] + \right. \\
 \left. + b'' [n_3 (v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n_1 + n_2 - t}) + (n_3 v_e + (n_3 - 1)v_e^2 + (n_3 - 2)v_e^3 + \dots + v_e^{n_3}) v_e^{n_1 + n_2 - t}] \right\}.
 \end{aligned}$$

Послије синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} \left\{ b' \left(n_1 + n_2 - t - \frac{1 - v_e^{n_1 + n_2 - t}}{i_e} \right) + b'' \left[n_3 (1 - v_e^{n_1 + n_2 - t}) + \left(n_3 - \frac{1 - v_e^{n_3}}{i_e} \right) v_e^{n_1 + n_2 - t} \right] \right\} \quad (17)$$

г) Случај када је $n_1 + n_2 = t$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b''v_e + b''v_e^2 + \dots + b''v_e^{n_3}$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b'' \frac{1 - v_e^{n_3}}{i_e} \quad (18)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$DVI_{e,t} = i \left[n_3 b'' v_e + (n_3 - 1) b'' v_e^2 + (n_3 - 2) b'' v_e^3 + \dots + b'' v_e^{n_3} \right]$$

Послије неопходних математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} b'' \left(n_3 - \frac{1 - v_e^{n_3}}{i_e} \right) \quad (19)$$

д) Случај када је $n_1 + n_2 < t < n$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t , биће:

$$DVB_{e,t} = b''v_e + b''v_e^2 + b''v_e^3 + \dots + b''v_e^{n-t}$$

Послије синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t} = b'' \frac{1 - v_e^{n-t}}{i_e} \quad (20)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t , биће:

$$DVI_{e,t} = i \left[(n-t) b'' v_e + (n-t-1) b'' v_e^2 + (n-t-2) b'' v_e^3 + \dots + b'' v_e^{n-t} \right]$$

Послије извршених математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t} = \frac{i}{i_e} b'' \left(n-t - \frac{1 - v_e^{n-t}}{i_e} \right) \quad (21)$$

2.2. Евалуација зајма се врши између тренутка плаћања t -ог и $t+1$ -ог анuitета

а) Случај када је $t < t^* < t+1 < n_1$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата у тренутку t^* , биће:

$$DVB_{e,t^*} = \left[b + bv_e + bv_e^2 + bv_e^3 + \dots + bv_e^{n_1-t-1} + (b'v_e + bv_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_2})v_e^{n_1-t-1} + \right. \\ \left. + (b''v_e + b''v_e^2 + b''v_e^3 + \dots + b''v_e^{n_3})v_e^{n_1+n_2-t-1} \right] v_{e,c^*}$$

Након извршених неопходних математских трансформација овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t^*} = \left[b \frac{1-v_e^{n_1-t}}{1-v_e} + b' \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} v_e^{n_1-t-1} + b'' \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} v_e^{n_2+n_1-t-1} \right] v_{e,c} \quad (22)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t^* , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t^*} = i \{ & [(n_1-t)b + n_2b' + n_3b''] + [(n_1-t-1)b + n_2b' + n_3b'']v_e + \\ & + [(n_2-t-2)b + n_2b' + n_3b'']v_e^2 + \dots + (b + n_2b' + n_3b'')v_e^{n_1-t-1} + (n_2b' + n_3b'')v_e^{n_1-t} \\ & + [(n_2-1)b' + n_3b'']v_e^{n_1-t+1} + [(n_2-2)b' + n_3b'']v_e^{n_1-t+2} + \dots + (b' + n_3b'')v_e^{n_2+n_1-t-1} + \\ & + n_3b''v_e^{n_2+n_1-t} + (n_3-1)b''v_e^{n_2+n_1-t+1} + (n_3-2)b''v_e^{n_2+n_1-t+2} + \dots + b''v_e^{n-t-1} \} v_{e,c} . \end{aligned}$$

Након извршених неопходних трансформација овог израза, добија се:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t^*} = \frac{i}{1-v_e} \left\{ b \left(n_1-t - \frac{1-v_e^{n_1-t}}{i_e} \right) + b' \left[n_2(1-v_e^{n_1-t}) + \left(n_2 - \frac{1-v_e^{n_2}}{i_e} \right) v_e^{n_1-t} \right] + \right. \\ \left. + b'' \left[n_3(1-v_e^{n_2+n_1-t}) + \left(n_3 - \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} \right) v_e^{n_2+n_1-t} \right] \right\} v_{e,c} . \quad (23) \end{aligned}$$

б) Случај када је $n_1 < t < t^* < t+1 < n_1 + n_2$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t^* , биће:

$$\begin{aligned} DVB_{e,t^*} = (b' + b'v_e + b'v_e^2 + b'v_e^3 + \dots + b'v_e^{n_1+n_2-t-1} + b''v_e^{n_1+n_2-t} + \\ + b''v_e^{n_1+n_2-t+1} + b''v_e^{n_1+n_2-t+2} + \dots + b''v_e^{n-t-1}) v_{e,c} . \end{aligned}$$

Након извршених математских трансформација овог израза добија се:

$$DVB_{e,t^*} = \left(b' \frac{1-v_e^{n_1+n_2-t}}{1-v_e} + b'' \frac{1-v_e^{n_3}}{1-v_e} v_e^{n_1+n_2-t} \right) v_{e,c} \quad (24)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t^* , биће:

$$\begin{aligned} DVI_{e,t^*} = i \{ & [(n_1+n_2-t)b' + n_3b''] + [(n_1+n_2-t-1)b' + n_3b'']v_e + [(n_1+n_2-t-2)b' + n_3b'']v_e^2 + \dots \\ & + (b' + n_3b'')v_e^{n_1+n_2-t-1} + n_3b''v_e^{n_1+n_2-t} + (n_3-1)b''v_e^{n_1+n_2-t+1} + \\ & + (n_3-2)b''v_e^{n_1+n_2-t+2} + \dots + b''v_e^{n-t-1} \} v_{e,c} . \end{aligned}$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t^*} = \frac{i}{1-v_e} \left\{ b' \left(n_1 + n_2 - t - \frac{1-v_e^{n_1+n_2-t}}{i_e} \right) + b'' \left[n_3 (1-v_e^{n_1+n_2-t}) + \left(n_3 - \frac{1-v_e^{n_3}}{i_e} \right) v_e^{n_1+n_2-t} \right] \right\} v_{e,c} \quad (25)$$

в) Случај када је $n_1 + n_2 < t < t^* < t+1 < n$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених отплата, у тренутку t^* , биће:

$$DVB_{e,t^*} = (b'' + b''v_e + b''v_e^2 + b''v_e^3 + \dots + b''v_e^{n-t-1}) v_{e,c} = b''(1 + v_e + v_e^2 + v_e^3 + \dots + v_e^{n-t-1}) v_{e,c}$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVB_{e,t^*} = b'' \frac{1 - v_e^{n-t}}{1 - v_e} v_{e,c} \quad (26)$$

Процијењена (дисконтована) вриједност неплаћених камата, у тренутку t^* , биће:

$$DM_{e,t^*} = i \left[(n-t)b'' + (n-t-1)b''v_e + (n-t-2)b''v_e^2 + (n-t-3)b''v_e^3 + \dots + b''v_e^{n-t-1} \right] v_{e,c} \quad (27)$$

Након синтетизовања овог израза, добија се:

$$DVI_{e,t^*} = \frac{ib''}{1 - v_e} \left(n - t - \frac{1 - v_e^{n-t}}{i_e} \right) v_{e,c} \quad (27)$$

Закључак

Основни циљ овог рада је да се презентују нови модели евалуације зајма у току амортизације, који могу имати примјену како приликом купопродаје зајма (неплаћених ануитета), тако и приликом евентуалне процјене вриједности предузећа. У раду су обрађена два модела амортизације зајма: модел амортизације зајма са двије серије једнаких отплата и модел амортизације зајма са три серије једнаких отплата. Обрађена су два случаја: случај када се процјена зајма врши у тренутку плаћања t -ог ануитета и случај када се процјена зајма врши између тренутка плаћања t -ог ануитета и $t+1$ -ог ануитета.

Литература

1. Крчмар, М: Финансијска математика и методе инвестиционог одлучивања, Кемиграфика, Сарајево, 2007.
2. D'eclesia, R.L.-
Gardini, L: Appunti di Matematica Finanziaria, G.Giappichelli-Torino, 2001.

Dr Milivoj Krčmar
Bojan Baškot

LOAN EVALUATION - SERIAL REPAYMENTS MODELS (Др Миливој Крчмар*, Бојан Башкот**)

Summary

This paper presents the account of loan evaluation, i.e. loan value assessment during amortization in the case of the loan amortization in serial instalments. Given the loan evaluation moment, there could emerge two cases: a) loan evaluation is done at the moment of payment of t -th instalment and b) the loan evaluation is made between the moment of payment of t -th and $t + 1$ -th instalment. The loan evaluation is made based on the evaluation rate, i.e. effective interest rate.

Key words: evaluation of loan, discount value of instalments, discount value of interests, rate of evaluation (effective interest rate).

* Redovni profesor Ekonomskog fakulteta u Banjoj Luci

** Asistent Ekonomskog fakulteta u Banjoj Luci